

MAT101 – S1 IMA GR. I

INTERROGATION ÉCRITE II - 7 OCT. 2016

NOM/Prénom :**N° étudiant :**

Exercice.

(a) On considère l'assertion suivante :

“Tout nombre entier pair supérieur à 3 peut s'écrire comme la somme de deux nombres premiers.”

– *Conjecture de Goldbach*^{1,2}.

Dénotons par A l'ensemble des nombres pairs et par B l'ensemble des nombres premiers.

- (i) Réécrire la Conjecture en utilisant des quantificateurs et les ensembles A et B .
- (ii) Exprimer, en phrase et à l'aide des quantificateurs, la négation de la Conjecture.

(b) Démontrer les propriétés suivantes en utilisant le raisonnement indiqué :

(i) Par récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1 : \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

(ii) Soit $a \in \mathbb{R}$. Par contraposée :

$$(\forall \varepsilon > 0, |a| < \varepsilon) \implies a = 0.$$

Solution.

1. Plus d'information, sur WIKIPÉDIA : https://fr.wikipedia.org/wiki/Conjecture_de_Goldbach
2. Le film “*La Cellule de Fermat*” (2007) est un thriller d'énigmes mathématiques où le point de départ est la possible résolution de cette Conjecture par l'un des personnages.